



**Examen n° 1**  
**De mathématiques**

2eme pc fr

Durée : 2H

**Exercice 1 ( Toutes les questions de cet exercice sont indépendantes ) (9,5 pts)**

4,5 pts

A) Calculer les limites suivantes :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x - x^3$  ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1+x^2} - x$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-4x^2}{2x+1}$  ,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 + 1 - \sqrt{1+x^2} , \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} , \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$$

1 pts

B) Classer par ordre croissant les nombres suivants :  $2^{\frac{1}{4}}$  ,  $\sqrt[6]{81}$  ,  $\sqrt{5}$

1 pts

C) Montrer que :  $\frac{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[6]{32}}{\sqrt[3]{\sqrt{8}}} = \sqrt[3]{4}$

3 pts

D) Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{R}$  les équations et inéquations suivantes :

$$(1-x)^3 = -8 , \sqrt[3]{x+2} < 2 , x^6 + 2x^3 - 3 = 0$$

**Exercice 2 (2 pts)**

Soit  $h$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par : 
$$\begin{cases} h(x) = \frac{x^3 + x - 2}{x - 1}, x \neq 1 \\ h(1) = 4 \end{cases}$$

1 pts

1) Montrer que la fonction  $h$  est continue sur les intervalles :  $]-\infty, 1[$  et  $]1, +\infty[$

1 pts

2) Est-ce que  $h$  est continue sur  $\mathbb{R}$

**Exercice 3 (3,25 pts)**

1 pts

1) Montrer que l'équation  $x^3 + x - 1 = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  dans  $\mathbb{R}$  et que  $0 < \alpha < 1$

1 pts 2) a) En utilisant la méthode de dichotomie donner un encadrement de  $\alpha$  d'amplitude 0,25

0,5 pts b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation :  $x^3 + x - 1 > 0$

0,75 pts 3) Donner le tableau de variation de la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$g : x \mapsto \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - x + 1$$

Exercice 4 (5,25)

Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}^+$  par :  $f(x) = \frac{1-x^2}{x}$

0,75 pts 1) a) Montrer que la fonction  $f$  est continue sur l'intervalle  $\mathbb{R}^+$

1 pts b) Montrer que  $f$  est strictement décroissante sur l'intervalle  $\mathbb{R}^+$

1 pts c) Dédire que la fonction  $f$  admet une fonction réciproque  $f^{-1}$  en déterminant son domaine

De définition

1 pts 2) a) Calculer :  $f^{-1}(0)$  et  $f^{-1}\left(\frac{-3}{2}\right)$

0,5 pts b) Comparer les deux nombres :  $f^{-1}(\sqrt{2})$  et  $f^{-1}(\sqrt[3]{2})$

1 pts 3) Déterminer  $f^{-1}(x)$  pour tout  $x$  appartenant au domaine de définition de  $f^{-1}$